Spetroskopie 2

Parameter eines Doppelsterns

Astronomisches Praktikum

ABSTRACT

In dieser Praktikumseinheit haben wir mit Hilfe von 11 Spektren, die zu unterschiedlichen Zeitpunkten während der Umkreisung von Doppelsternen aufgenommen wurden, Systemparameter und stellare Parameter des Doppelsterns bestimmt. Das war deshalb möglich, weil durch die unterschiedliche Bewegung der Sterne die Absorptionslinien unterschiedlich stark rotverschoben waren. Wir konnten die Parameter des Systems bestimmen, wobei einige Näherungen notwendig waren.

1. Einleitung

Das Ziel der Aufgabe war die Berechnung der Bahnparameter mit Hilfe von 11 Spektren, die bei unterschiedlichen Stadien der gegenseitigen Umrundung aufgenommen wurden. Dabei macht man sich zwei Effekte zu Nutze:

– Die Rotverschiebung, die durch die Bewegung der Sterne und den Dopplereffekt ausgelöst wird.
– Die Absorptionslinien, die bei der Absorption des Lichts durch die Elektronen der Elemente im Stern entstehen

2. Absorptionslinien

Absorptionslinien entstehen durch den Sprung der Elektronen eines Elements in eine höhere Schale. Um ausreichend Energie für den Sprung zu bekommen, absorpieren die Elektronen einen Lichtstrahl mit der notwendigen Energie. Am Spektrum entsteht bei dieser Energie eine schwarze Linie. Wie viel Energie für diesen Sprung notwendig ist, hängt vom Element ab.

Wir haben 11 Spektren bekommen, die bei unterschiedlichen Stadien der gegenseitigen Umrundung aufgenommen wurden, wobei die Periodendauer in 11 gleich große Teile mit einem Abstand von 5,56 Stunden aufgeteilt ist. Die Spektren kann man mit der Endung .fits abspeichern, damit man sie mit ImageJ öffnen kann.

In ImageJ kann man eine Referenzlinie bei einer beliebigen Wellenlänge einzeichnen und im Vergleich mit dieser beobachten, wie die Linien wegen der Rotverschiebung hin- und herwandern. Bei uns hat sich die Referenzlinie zwischen der Natrium-I und der Natrium-II-Linie befunden.

Welche Wellenlänge an welchem Ort des Spektrums ankommt, hängt von der Linse ab. Bei jeder Linse gibt es einen linearen Zusammenhang zwischen den Pixeln des Spektrums und der Wellenlänge.

Den Umrechnungsfaktor erhält man, indem man nachschaut, bei welchem Pixel sich 2 bekannte Linien befinden (bei uns Na I und Na II) und die Differenz der Linien in Ångström durch die Differenz in Pixel dividiert

$$\frac{5.974\mathring{A}}{398px} = 0.015\mathring{A}/px \tag{1}$$

Da alle 11 Spektren mit derselben Linse aufgenommen wurden, ist der Umrechnungsfaktor für alle Spektren gleich.

3. Rotverschiebung

Wenn sich der Stern von uns wegbewegt, sind die Lichtwellen, die auf der Erde ankommen, stärker rotverschoben, als die Lichtwellen die im Stern absorbiert werden. Das erkennt man daran, dass alle Absorptionslinien näher beim roten Rand sind. Wenn sich der Stern auf uns zubewegt, tritt der gegenteilige Effekt ein und der Stern ist blauverschoben.

Die Relativgeschwindigkeit kann man aus der Dopplerverschiebung mit Hilfe der Formel

$$\Delta\lambda/\lambda = \Delta v/c \tag{2}$$

berechnen.

– $\Delta\lambda$ gibt an, wie weit die Absorptionslinie im Spektrum von der Wellenlänge entfernt ist, bei dem die Absorptionslinie in Ruhelage wäre.
– λ gibt an, bei welcher Wellenlänge sich die Absorptionslinie befinden würde, wenn der Stern in Ruhelage wäre.
– Δv gibt an, wie schnell sich der Stern auf die Erde zu bzw. von der Erde weg bewegt (Radialgeschwindigkeit). Die Geschwindigkeit in den anderen Richtungen (Tangentialgeschwindigkeit) kommt nicht vor, weil sie keine Rotverschiebung auslöst.
– c ist die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum.

Wenn man die unterschiedlichen Verschiebungen aufträgt, ergibt sich eine Cosinuskurve, weil sich der Stern mit ungefähr gleichmäßiger Geschwindigkeit auf einer ungefähren

Kreisbahn bewegt, und deshalb zur Entfernung der Erde zum Mittelpunkt des Doppelsterns der Sinus des Kreises dazugezählt werden muss. Die Geschwindigkeit, welche die Rotverschiebung auslöst, ist die Ableitung davon und somit eine Cosinuskurve.

Der einzige Unterschied zu einer tatsächlichen Cosinuskurve ist, dass sie um die Relativgeschwindigkeit des Doppelsterns zur Erde verschoben ist. Da sich die gesamte Beobachtung innerhalb von drei Tagen abspielt, ist diese Verschiebung immer ungefähr gleich groß (Die Geschwindigkeitsunterschiede bei der Drehung der Erde um die Sonne können vernachlässigt werden).

4. Radialgeschwindigkeit

Die Radialgeschwindigkeit kann man berechnen, indem man die Formel für die Rotverschiebung nach Δv umformt:

$$\Delta v = c\frac{\lambda}{\lambda_0} \tag{3}$$

Negative Geschwindigkeiten bedeuten, dass sich der Stern auf die Erde zubewegt, positive dass er sich von der Erde wegbewegt.

Um auch die Tangentialgeschwindigkeit zu berechnen, geht man davon aus, dass die Umlaufbahn kreisförmig ist und die beobachtete Geschwindigkeit nur der Sinus-Anteil ist (Das Koordinatensystem kann man so legen, dass die x-Achse Richtung Erde zeigt). Der andere Teil ist dann der Cosinus-Anteil.

An der Maximumstelle ist der Stern an dem am weitesten von der Erde entferntem Ort von der Bahn, die Koordinate ist folglich (r, 0) wobei der Radius der Amplitute w der gemessenen Cosinusfunktion entspricht. Da der Radius immer gleich bleibt, sind die Koordinaten an allen Stellen (wcosϕ, wsinϕ).

Wenn man die verstrichene Zeit seit dem letzten erreichen der Maximumstelle durch die Periodendauer T dividiert, erfährt man, wie viele Runden sich der Stern seitdem gedreht hat. Da die Drehung noch nicht um ist, muss die Zahl kleiner als 1 sein. Multiplikation mit 2π führt auf den Winkel in Bogenmaß.

Einsetzen des Winkels in die x-Koordinate führt auf

$$wcos(\frac{2\pi t}{T}) \tag{4}$$

Addieren der Radialgeschwindigkeit, mit der sich der Mittelpunkt des Kreises von der Erde entfernt v_M führt auf die Gleichung

$$v = v_M + w\cos(\frac{2\pi t}{T}) \tag{5}$$

Die Amplitute der Geschwindigkeitsfunktion (15,5km/s) bekommt man, indem man die minimale von der maximalen Geschwindigkeit abzieht und das Ergebnis halbiert. Um die Messungenauigkeit zu minimieren, nehmen wir den Mittelwert aus der Amplitude der Na1- und der Na2-Geschwindigkeitsfunktion. Die Umlaufdauer (56,76h) erhält man, indem man die Zeitdauer zwischen den Bildern mit der Anzahl der Bilder multipliziert. Insgesamt sind wir auf eine Radialgeschwindigkeit von 31,4km/s gekommen.

5. Radius

Um den Radius der Bahn des Begleitsterns zu berechnen, müssen wir vom Kräftgleichgewicht ausgehen, das heißt die Gravitationskraft wird mit der Zentrifugalkraft gleichgesetzt:

$$m_2\omega^2 r = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \tag{6}$$

Mit den Sternmassen $m_{1,2}$, der Gravitationskonstante G, der Kreisfrequenz ω und dem Radius r. Die Winkelgeschwindigkeit ist Winkel/Zeit, wobei für die volle Umdrehung der Winkel 2π und die Zeit die Umlaufdauer T ist. Einsetzen dieser Werte in die Gleichung ergibt:

$$m_2 r\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \tag{7}$$

Division durch m_2 und Multiplikation mit r^2T^2 ergibt:

$$4\pi^2 r^3 = Gm_1T^2 \tag{8}$$

Umformen nach dem Radius r ergibt:

$$r = \sqrt[3]{\frac{Gm_1T^2}{4\pi^2}} \tag{9}$$

Durch Einsetzen der Sternmasse des Hauptsterns (4 x 10^{30} kg) erhält man einen Wert von 1,11 x 10^8m, das ist weniger als ein tausendstel einer Astronomische Einheit.

6. Sternmassen

Zur Berechnung der Sternmassen müssen wir die Impulserhaltung annehmen:

$$m_1v_1 = m_2v_2 \tag{10}$$

Mit den Geschwindigkeiten $v_{1,2}$ der Sterne. Umformen nach m_1 ergibt:

$$m_1 = \frac{v_2m_2}{v_1} \tag{11}$$

Die Masse des Hauptsterns (4.0 x 10^{30}kg $= 2.0M_\odot$) und die beiden Geschwindigkeiten ($v_1 =$ 31,4km/s, $v_2 =$ 154,6km/s) sind bereits bekannt. Einsetzen ergibt 8.1 x 10^{29}kg $= 0.4M_\odot$. Damit haben wir die Masse des Sterns bestimmt und können das Massenverhältnis berechnen:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1.99M_\odot}{0.4M_\odot} = 4.975 \tag{12}$$

7. Spektralklassen

Im Spektrum des Hauptsterns sind die Hβ, Hγ und Hδ-Linie vorhanden. Die He-I und He-II-Linien sind nicht im blauen. Die Ca-H-Linie ist ungefähr gleich hell wie die Ca-K-Linie. Folglich handelt es sich um einen F-Stern.

Im Spektrum des Begleiters ist keine Hβ, Hγ und Hδ-Linie vorhanden und es ist nicht zum blauen hin ansteigend. Die TiO-Linie ist zu schwach zum erkennen aber die Masse entspricht einem typischen M-Stern.

8. Resultate

Na I			Na II		
$\Delta\ \lambda$	λ	Δ v	$\Delta\ \lambda$	λ	Δ v
4.695	5890.36	20868.6	1.245	5896.30	19118.6
4.56	5890.49	27485.5	1.425	5896.48	28271.2
4.53	5890.52	29012.4	1.425	5896.48	28271.2
4.74	5890.31	18323.6	1.32	5896.37	22677.9
5.07	5889.98	1527.0	0.945	5895.99	3355.9
5.235	5889.82	-6616.9	0.75	5895.80	-6305.1
5.43	5889.62	-16796.7	0.54	5895.59	-16983.0
5.4	5889.65	-15269.7	0.585	5895.64	-14440.7
5.25	5889.80	-7634.8	0.78	5895.83	-4779.7
4.95	5890.10	7634.8	1.035	5896.09	8440.7
4.665	5890.39	22395.6	1.32	5896.37	22677.9

Tab. 1: Die Ergebnisse aus meiner Übungsgruppe. In dieser Tabelle gibt λ die Wellenlänge an, bei dem sich die Linie im Spektrum befindet und $\Delta\lambda$ die Entfernung zur Referenzlinie (5895.06nm), die wir mit ImageJ gezeichnet haben. Beide Angaben sind in Nanometer.

Δ v (in m/s) gibt an, welche Radialgeschwindigkeit man durch die Berechnung mit der jeweiligen Natriumlinie erhält. Da sich alle Stoffe innerhalb des Sterns in dieselbe Richtung bewegen, sind die beiden Geschwindigkeiten sehr ähnlich. Der verbleibende Unterschied geht auf Messungenauigkeiten zurück. In den Zeilen 5 und 9 ist vermutlich ein Messfehler passiert, weil dort der Unterschied zwischen den beiden Geschwindigkeiten sehr groß ist

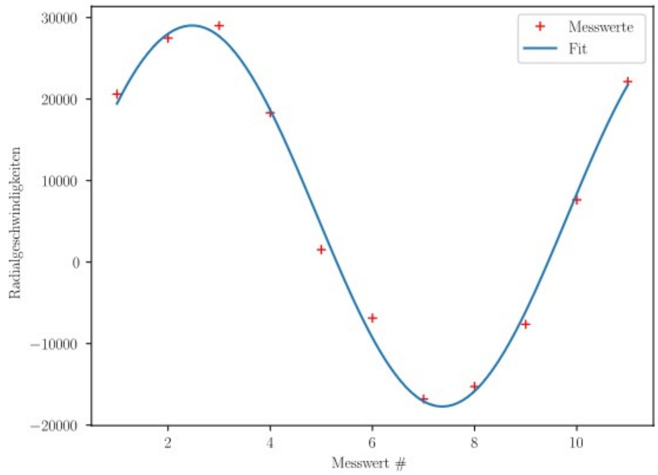

Abb. 1: Radialgeschwindigkeit des Sterns laut Berechnung mit der Na-I-Linie

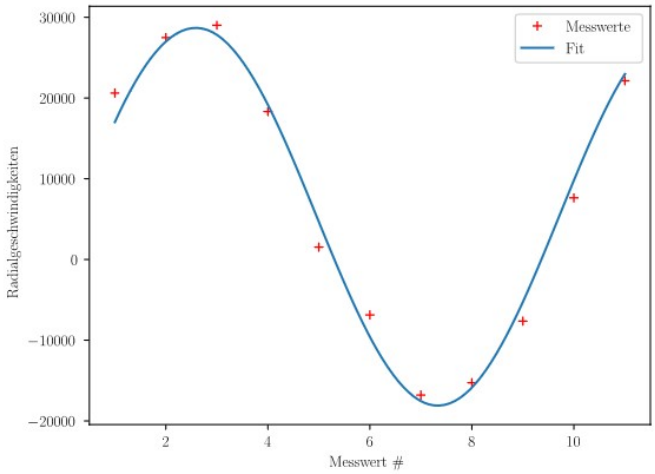

Abb. 2: Radialgeschwindigkeit des Sterns laut Berechnung mit der Na-II-Linie

9. Diskussion

Die Geschwindigkeit von 19km/s ist nicht ungewöhnlich für einen Doppelstern. Zudem passen die Messpunkte gut zu einer Sinuskurve. Die Abweichung zu unserem Fit lässt sich vermutlich durch einen leicht elliptischen Orbit erklären.

Man muss hier anmerken dass unsere Annahmen oben eigentlich nicht für Sterne mit einem solchen Massenverhältnis geeignet sind. Unsere Annahmen gingen davon aus, dass $m_2 << m_1$, damit die Bewegung des Hauptsterns aufgrund der Anziehung des Begleiters vernachlässigbar ist. Dieses Argument ist allerdings bei einem Verhältnis von fast 5 nicht wirklich zu halten. Für einen Exoplaneten mit der Masse von Jupiter wären diese Annahmen gerechtfertigt. Allerdings bräuchte man für die Beobachtung so eines Planeten tausende von Linien im Spektrum was eine sehr hohe Auflösung bedeuten würde. Aus dieser Annahme entstehen bei unseren Berechnungen starke Ungenauigkeiten.

In diesem Beispiel haben wir angenommen, dass das Magnetfeld parallel zur Hauptachse des Ellipsoids (Form des Begleitsterns) ist. Wenn diese Annahme nicht stimmen würde, wäre die Masse des Begleitsterns kleiner als wir sie gemessen haben, weil die Kraft des Magnetfeldes in der Formel für das Kräftegleichgewicht berücksichtigt werden müsste.

10. Conclusio

In diesem Beispiel ist sehr gut erkennbar, wie nützlich die Spektroskopie ist. Mit eigentlich wenig Daten konnten wir sehr viel über unser System aussagen. Auch über die Sterne selbst konnten wir einiges erfahren und das mit nur 11 Beobachtungen. Die Annahmen die wir machen mussten sind nicht mehr notwendig, wenn man genauer misst.